

Mathématiques approfondies
Conception HEC Paris/ESSEC BS
Session 2026

Résumé de l'épreuve

L'épreuve portait sur le Théorème de Davis et Fan et l'inégalité de Fan. L'épreuve comportait 4 parties :

1. Préliminaires : Permutations, matrices de permutation, et réordonnancement de vecteurs.
2. Matrices bistochastiques : Théorème de Birkhoff-Von Neumann et génération de matrices bistochastiques via Python.
3. Fonctions symétriques et S-convexes : Propriétés, dérivées, et convexité.
4. Fonctions spectrales : Théorèmes de Davis et Fan, inégalités de Fan.

L'épreuve de mathématiques approfondies a mis en lumière une grande hétérogénéité parmi les copies. Une attention particulière portée à la qualité de la rédaction, la lisibilité, et la précision des raisonnements.

Remarques générales des correcteurs

Points positifs

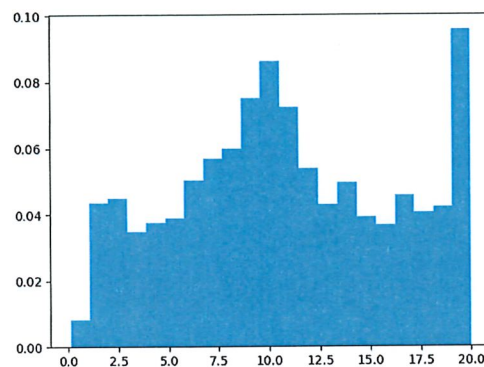
- Certains candidats ont su maîtriser les démonstrations (ex. matrices orthogonales, inégalité de Jensen).
- La partie II (matrices bistochastiques) a été globalement mieux traitée que les autres, notamment pour $n = 2$.
- Quelques copies ont montré une bonne compréhension des permutations et des matrices associées.

Difficultés récurrentes

- Manque de rigueur :
 - Erreurs de calcul matriciel (confusion entre coefficients et matrices, la formule du produit matriciel est une lacune courante).
 - Méconnaissance des principes de démonstrations de base (analyse-synthèse, raisonnement par l'absurde et contraposé).
 - Rédactions imprécises ou illisibles (écriture brouillonne, symboles mal utilisés).
- Compréhension des notions :
 - Difficulté à construire des contre-exemples corrects.
 - Confusion entre indice et puissance (ex. $A_{i,j}^{(2k)}$ interprété comme $A_{i,j}^{2k}$).
 - Mauvaise interprétation des notations (ex. QA^tQ assimilé systématiquement à une matrice diagonale).
- Stratégie de résolution :
 - Certains candidats ont survolé les questions pour en toucher un maximum, au détriment de la qualité. Cela a été un mauvais calcul pour les points accordés.
 - Les questions les plus techniques (ex. Partie IV, questions 23 à 30) ont été peu ou mal abordées.

Analyse statistique des notes

	Nombre de points	Note péréquée à renseigner
count	2448.000000	2448.000000
mean	32.165033	10.836342
std	21.676725	5.396190
min	1.000000	0.100000
25%	16.000000	6.797105
50%	28.000000	10.458685
75%	44.000000	15.173131
max	128.000000	20.000000



Recommandations pour les futurs candidats

- Maîtriser les bases : Calcul matriciel, permutations, et convexité.
- Soigner la rédaction : Éviter les erreurs d'écriture et les confusions de notations.
- Privilégier la qualité à la quantité : Mieux vaut traiter quelques questions en profondeur que de survoler l'ensemble.
- Lire attentivement les énoncés : Analyser les notations et les hypothèses avant de commencer.